



Olimpiada de Matematică
Etapa locală, Neamț
11.02.2023
Clasa a VI-a

Subiectul 1

a) Mulțimea numerelor naturale se împarte în submulțimi astfel: $\{0\}$; $\{1,2\}$; $\{3; 4; 5\}$; $\{6; 7; 8; 9\}$; ... unde prima submulțime conține un număr, a doua submulțime conține două numere și așa mai departe. Aflați cu ce număr începe cea de-a 100-a submulțime și care este suma numerelor din cea de-a 100 submulțime?

b) Determinați mulțimea $M = \{a \in \mathbb{N} / a^2 + 5a - 2^{1993} = 1 + 2 + 3 + \dots + 1993\}$.

Subiectul 2

a) Dacă numerele naturale n , $n+1$, $n+3$ sunt prime, atunci numărul $n^{n+3} + (n+1)^n + (n+3)^{n+1}$ este număr prim?

b) Se dă suma $P = 8^1 + 8^2 + 8^3 + \dots + 8^{888}$. O sumă de numere se numește sumă perfectă dacă se divide cu 73. Verificați dacă suma P este perfectă.

Subiectul 3

Fie $\angle AOB$ și $\angle BOC$ adiacente, iar semidreptele OX , respectiv OY bisectoarele lor.

a) Dacă semidreapta OX este perpendiculară pe semidreapta OC și semidreapta OY este perpendiculară pe semidreapta OA , calculați măsurile unghiurilor date.

b) Dacă semidreptele OX , OC , respectiv OY , OA sunt în prelungire, calculați măsurile unghiurilor date.

Subiectul 4

Să se afle măsura unui unghi u știind că raportul dintre complementul și suplementul său este egal cu cel mai mare număr rational exprimat de fracția $\frac{\overline{2x}}{\overline{abc}}$, unde $\overline{2x}$ este număr prim care îl divide pe \overline{abc} , iar x ; a ; b ; c sunt cifre în baza zece.

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7 puncte.

Pe foaia de concurs se trec rezolvările complete. Timp de lucru: 2 ore.